**Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVIII. esztendő**

**2019-2020. tanév**

**11. évfolyam**

**I. forduló**

**1.** Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$\sqrt{4x^2+5x-2}-\sqrt{4x^2-3x-2}=2\sqrt{x}$$

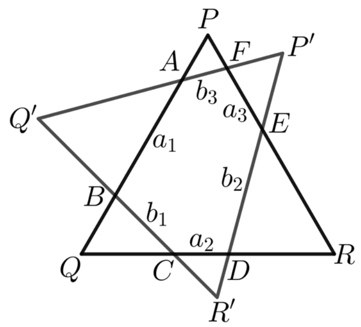
**2.** Az *ABC* szabályos háromszög *D* belső pontja olyan, hogy az *ADC* szög 150º-os. Bizonyítsuk be, hogy az *AD*, *BD*, *CD* szakaszok egy derékszögű háromszög oldalai.

**3.** Az *a*, *b*, *c* pozitív egész számokra, és az *x*, *y*, *z*, *v* valós számokra teljesülnek a következők:
(1) $a \le b \le c$;
(2) $a^x = b^{2y} = c^z = 90^v$;
(3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{v}$.
Igazoljuk, hogy $a+b=c$.

**4.** Határozzuk meg azon pozitív egész számokból álló rendezett (*x*; *y*) számpárok számát, amelyekre teljesül a következő egyenlet.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2020}$$

**5.** A *PQR* és *P'Q'R'* háromszögek egybevágó szabályos háromszögek. A metszetükként előálló *ABCDEF* hatszög oldalainak hossza az ábrának megfelelően: $AB=a_1$, $BC=b_1$, $CD=a_2$, $DE=b_2$, $EF=a_3$, $FA=b_3$. Mutassuk meg, hogy $a_1^2+a_2^2+a_3^2=b_1^2+b_2^2+b_3^2$.




**6.** Adott a síkon *n* darab pont ($n \ge 2$) úgy, hogy bármely két pont távolsága legalább 1. Bizonyítsuk be, hogy az összes előforduló távolság közül legfeljebb 3*n* darab lehet pontosan 1.