Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVIII. esztendő

2019-2020. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Egy konvex sokszögben a belső szögek közül egyet „elhagyva” a megmaradt szögek összege 2020º. Hány oldalú a sokszög, és mekkora az „elhagyott” szög?

2. Bizonyítsuk be, hogy ha *a*, *b*, *c*, *d* pozitív valós számok, akkor

$$\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}+\frac{1}{\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}\le\frac{1}{\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+d}}.$$

3. Melyik az a legkisebb, tízes számrendszerben felírt pozitív egész szám, amelynek utolsó (az egyesek helyén álló) számjegye 6, és ha ezt a 6-ost a szám elejére írjuk, akkor az eredeti szám négyszeresét kapjuk?

4. Az ABC háromszög AC oldalának D pontjára teljesül, hogy $AB = CD$. E az AD szakasz, F a BC oldal felezőpontja. A BA egyenes és az FE egyenes metszéspontja M. Bizonyítsuk be, hogy $AM = AE$.

5. Az első 1000 darab pozitív egész szám között hány olyan van, amely előáll $[2x]+[4x]+[6x]+[8x]$ alakban, ahol x alkalmas valós szám, és $[a]$ jelöli az a-nál nem nagyobb legnagyobb egész számot?

6. Negyven golyót elhelyeztünk húsz dobozba úgy, hogy mindegyik dobozban van golyó, de egyikben sincs pontosan huszonegy darab. Igazoljuk, hogy kiválasztható néhány (esetleg egy) doboz úgy, hogy azokban összesen húsz golyó van.