

XXIX. Hajnal Imre Matematika Tesztverseny

2025-2026

III. kategória

Megoldások

1. Számítsd ki $(-25) : (-5) + 14 \cdot (-4)$ értékét!

A) 51 **B) -51** C) 61 D) -61 E) 66

2. Milyen fajta szög nem lehet két hegyes szög összege?

A) hegyesszög B) 60 fokos szög C) derékszög D) tompaszög **E) egyenesszög**

A hegyesszög nagyobb 0° -nál és kisebb 90° -nál. Így két hegyesszög összege kisebb 180° -nál, ami pedig éppen az egyenesszög nagysága.

3. Mennyi a $3^3 + 3^3 + 3^3$ művelet sor eredménye?

A) 3^4 B) 9^3 C) 3^9 D) 3^{27} E) 27^3

$$3^3 + 3^3 + 3^3 = 3 \cdot 3^3 = 3^1 \cdot 3^3 = 3^4$$

4. Három kancsóban összesen 29 deciliter limonádé volt. Az elsőből megittak 1 litert, a másodikból 7 dl-t, és ezek után minden kancsóban ugyanannyi ital maradt. Hány dl limonádé van most egy kancsóban?

A) 2 dl B) 3 dl **C) 4 dl** D) 5 dl E) 6 dl

Összesen 17 dl limonádét ittak meg, így 12 dl maradt, és tudjuk, hogy ez a mennyiség a három kancsóban egyenlő arányban van elosztva, azaz minden egyes kancsóban 4 dl limonádé maradt.

5. Mennyi a 4; 5; 6 számok legkisebb közös többszöröse?

A) 30 **B) 60** C) 48 D) 80 E) 120

Levezethető a számok prímtényezős felbontásából: $4 = 2^2$; $5 = 5^1$; $6 = 2^1 \cdot 3^1$

Vegyük minden előforduló prímszámnak (hatványalap) az előforduló legnagyobb kitevőjét, ezek szorzata fogja adni a megoldást: $2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

6. Egy téglalap egyik oldalának hossza 6 cm, területének mérőszáma kétszer akkora, mint a kerületének a mérőszáma. Mekkora lehet a másik oldal hossza?

A) 1 cm B) 8 cm **C) 12 cm** D) 20 cm E) 60 cm

Jelöljük a téglalap másik oldalát x -szel! A kerület mérőszáma $K = 2 \cdot (6 + x)$, a területé pedig $T = 6 \cdot x$, és tudjuk, hogy a terület mérőszáma kétszerese a kerületnek, azaz $T = 2 \cdot K$

$$6x = 2 \cdot \underbrace{2 \cdot (6 + x)}_K = 4(6 + x)$$

A zárójel felbontása és az egyenlet átrendezése után $x = 12$ adódik, tehát a másik oldal 12 cm hosszú.

7. Petiogyorót gyűjtött. A két zsebében együtt 44 dbogyoró van. Ha a bal zsebéből 12 db-ot áttesz a jobba, akkor mind a két zsebében ugyanannyiogyoró lesz. Hány dbogyoró van a bal zsebében?

A) 24 B) 28 C) 32 **D) 34** E) 36

Aogyorók száma Peti bal és jobb zsebében: $B + J = 44$

Ha 12ogyorót átrak a jobba, akkor egyenlőek lesznek: $B - 12 = J + 12$

A második egyenlet átrendezve adódik, hogy $B - J = 24$

Adjuk ehhez hozzá az első egyenletet:

$$\underbrace{(B - J)}_{24} + \underbrace{(B + J)}_{44} = 2B = 24 + 44 = 68$$

Amiből pedig $B = 34$, azaz Peti bal zsebében 34ogyoró van.

8. Egy kertet a kertész 6 óra alatt ás fel. A kert területe 120 m^2 . Mennyit ás fel két óra alatt, ha minden órában ugyanannyit ás fel?

A) 40 m^2 B) 45 m^2 C) 50 m^2 D) 55 m^2 E) 60 m^2

A felásott terület és az idő egyenesen arányosak, tehát a kérdéses területet T -vel jelölve:

$$\frac{T}{120 \text{ m}^2} = \frac{2 \text{ óra}}{6 \text{ óra}} = \frac{1}{3}$$

Amiből átrendezés után $T = \frac{1}{3} \cdot 120 \text{ m}^2 = 40 \text{ m}^2$ adódik.

9. Mekkora egy négyzet oldalhossza, ha a négyzet kerülete és területe egyenlő mérőszámú?

A) 1 egység B) 2 egység C) 3 egység **D) 4 egység** E) 5 egység

A terület $T = a^2$, a kerület $K = 4a$, és ezek egyenlőek:

$$a^2 = 4a$$

Amely egyenlet mindkét oldalát a -val osztva $a = 4$ adódik.

Megjegyzés: a négyzet oldala nem lehet 0, ezért tehattuk meg, hogy mindkét oldalt osztjuk.

10. Egy háromszög szögeinek aránya 1:1:4. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge?

A) 80° B) 90° C) 100° **D) 120°** E) 150°

A háromszög belső szögeinek összege 180° , és tudjuk, hogy $\alpha + \alpha + 4\alpha = 6\alpha = 180^\circ$.

Ebből $\alpha = 30^\circ$ adódik, amiből pedig $4\alpha = 120^\circ$, ami a háromszög legnagyobb szöge.

11. A $\overline{2378X5}$ egy 15-tel osztható hatjegyű szám, amelyben a tízesek helyén álló számjegy X . Melyik számjegy lehet az X az alábbiak közül?

A) 0 B) 1 **C) 2** D) 3 E) 4

A 15-tel való oszthatóság feltétele, hogy a szám osztható legyen 3-mal és 5-tel (mert 3 és 5 legkisebb közös többszöröse 15).

Az 5-tel való oszthatóság feltétele, hogy az utolsó számjegy 0 vagy 5 legyen, ez teljesül.

A 3-mal való oszthatóság feltétele, hogy 3-mal osztható legyen a számjegyek összege, ami $2 + 3 + 7 + 8 + X + 5 = 25 + X$

A felsorolt lehetőségek közül $X = 2$ esetén lesz a kifejezés értéke 3-mal osztható ($3|27$).

12. Egy négytagú társaság e-mail kapcsolatban van egymással. A társaság bármely tagja egy-egy társának hetente legfeljebb egy levelet ír. Maximum hány levelet írhatott összesen egymásnak a társaság 4 tagja 1 hét alatt?

A) 8 B) 16 **C) 12** D) 20 E) 24

Mind a négy ember maximum három levelet írhatott egy héten, azaz legfeljebb $4 \cdot 3 = 12$ levelet írhattak egymásnak.

13. 8 év múlva Dani és édesapja életkorának összege 100 év lesz. Dani most feleannyi idős, mint az édesapja. Hány éves most Dani?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Dani mostani életkora legyen x , ekkor édesapjáé $2x$. 8 év múlva kettőjük életkora összesen 16-tal több lesz, mint most, azaz $x + 2x + 16 = 100$. Innen $x = 28$.

14. Egy 3 dl-es üdítő 12% cukrot tartalmaz, egy másik 3 dl-es csak 6%-ot. Összekevered őket. Hány százalékos lesz az italod cukortartalma?

A) 6 B) 8 **C) 9** D) 10 E) 11

Az első üdítőben $3 \text{ dl} \cdot 12\% = 0,36 \text{ dl}$ cukor van, a másodikban pedig $3 \text{ dl} \cdot 6\% = 0,18 \text{ dl}$. Összeöntés után 6 dl üdítőben 0,54 dl cukor lesz, ami $\frac{0,54 \text{ dl}}{6 \text{ dl}} = 9\%$ cukortartalmat jelent.

15. Egy bolt 4000 Ft-ért árul pólókat. Ha 15% kedvezmény van, mennyi a pólók akciós ára?

A) 3200 **B) 3400** C) 2800 D) 3000 E) 3100

Az ár 85%-át kell fizetni, azaz $4000 \text{ Ft} \cdot 85\% = 3400 \text{ Ft}$ -ot.

16. Egy 12 évfolyamos iskolába összesen 850 gyerek jár. A gimnáziumi osztályokba 120-szal kevesebben, mint az általános iskolaiba. Hány általános iskolás tanuló jár az iskolába?

A) 384 B) 376 C) 386 D) 465 **E) 485**

Jelölje az általános iskolába járók számát x , ekkor a gimnáziumba járók száma $x - 120$. Tudjuk, hogy $x + (x - 120) = 850$, amiből $x = 485$ adódik.

17. Egy téglátömege 1 kg-mal több, mint a téglátömegének $\frac{3}{4}$ része. Milyen nehéz a téglát?

A) 4 kg B) 3 kg C) $\frac{3}{4}$ kg D) 3,75 kg E) 2 kg

Jelölje a téglát kg-ban mért tömegét x , ekkor $x = \frac{3}{4}x + 1$, amiből $x = 4$ adódik.

18. Egy színházi nézőtér első sorában 20 ülőhely van. Minden további sorban kettővel többen tudnak helyet foglalni, mint az előzőben. Hányan ülhetnek a tizedik sorban?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 **E) 38**

Egy sorral „hátrébb lépve” a sorban lévő ülőhelyek száma mindig 2-vel nő. Az elsőől a 10-ik sorig összesen 9-szer kell „hátrébb lépni”, így a növekmény is $9 \cdot 2 = 18$ lesz, tehát a 10-ik sorban 18-cal több ülőhely van, mint az elsőben, azaz $20 + 18 = 38$ ülőhely.

19. Az x milyen értékei mellett lesz a $\frac{2}{2-x}$ értéke negatív?

- A) $x > 2$** B) $x = 2$ C) $x \leq 2$ D) $x \geq 2$ E) $x < 2$

Ennek a törtnek a számlálója pozitív, tehát a nevezőnek negatívnak kell lennie.
Ez akkor teljesül, ha $2 - x < 0$, azaz $x > 2$

20. Egy dobozban 15 zöld és 13 piros golyó van. Véletlenszerűen kiveszünk néhányat közülük. Legalább hány golyót kell kivenni, hogy biztosan legyen közöttük 3 zöld és két piros.

- A) 5 B) 13 C) 16 **D) 17** E) 15

16 golyónál előfordulhat, hogy 15 zöldet és csak 1 pirosat húztunk.
17 golyót kell kivenni.

21. Anna süteményeket sütött. Kiszámolta, hogyha ő és a vendégei 2 süteményt esznek meg fejenként, akkor 15 marad, ha 3-at, akkor 9 marad. Hány süteményt kell még sütnie, hogy mindenkinek legalább 6 jusson?

- A) 6 B) 8 **C) 9** D) 10 E) 12

Jelölje a jelenlévő számát n (Annát is beleértve), a sütemények számát pedig k .

Ha mindenki 2 süteményt eszik, akkor 15 marad, azaz $k - 2 \cdot n = 15$

Ha mindenki 3 süteményt eszik, akkor 9 marad, azaz $k - 3 \cdot n = 9$

Vonjuk ki ezt a két egyenletet egymásból:

$$(k - 2n) - (k - 3n) = 15 - 9$$

A zárójelek felbontása után $n = 6$ marad, és ha ezt visszahelyettesítjük az első egyenletbe:

$$k - 2 \cdot 6 = 15$$

Amiből átrendezés után $k = 27$ adódik. Tehát összesen 6-an lesznek, és 27 sütemény van.

Hogy a 6 vendég mindegyikének 6 sütemény jusson, összesen 36 süteménynek kell lennie, tehát még 9-et kell sütni.

22. Melyik számjegyre végződik az alábbi kifejezés értéke?

$$2025^0 + 2025^1 + 2025^2 + \dots + 2025^{2025}$$

- A) 0 B) 1 C) 5 **D) 6** E) 9

Számoljuk ki minden tagnak az utolsó számjegyét:

- $2025^0 = 1$, ami 1-re végződik
- $2025^1 = 2025$, ami 5-re végződik
- minden hátralévő tag egy 5-re végződő számnak az 5-szöröse, tehát 5-re végződik

Tehát az első tag 1-re, minden más tag 5-re végződik, és ezek a „minden más” tagok összesen 2025-en vannak (a kitevők 1-től 2025-ig futnak). Így az összeg utolsó számjegye annyi lesz, mint az $1 + 2025 \cdot 5$ kifejezés utolsó számjegye, ami $1 + 5 = 6$

23. Egy kincsvadász talált néhány ritka ékszert. Az összes lehetséges párosításban megmérte két-két ékszer tömegét, és a következő összegeket kapta: 21, 22, 27 gramm. Hány gramm a legkisebb ékszer tömege?

A) 7 **B) 8** C) 9 D) 10 E) 11

Vizsgáljuk meg az ékszerek számát. Ha ezt n -nel jelöljük, akkor a lehetséges párosítások száma $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$, és tudjuk, hogy ennek a kifejezésnek az értéke 3 (ennyi mérés történt).

Ebből következik, hogy $n = 3$, mert $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$.

Ha a három mérés eredményét összeadjuk, akkor minden ékszer pontosan kétszer mértünk meg (minden másik ékszerrel vett párosításban), tehát az ékszerek tömege összesen $\frac{21+22+27}{2} = \frac{70}{2} = 35$ g

Nilvánvaló, hogy legnagyobb mérés tartozik a két legnagyobb ékszerhez, tehát ha ezt kivonjuk az összes ékszer tömegéből, akkor a legkisebb ékszer tömegét kapjuk.

Tehát a legkisebb ékszer tömege $35 \text{ g} - 27 \text{ g} = 8 \text{ g}$

24. Hány százalékkal nő a 3^4 hatvány értéke, ha a kitevőjét 25%-kal növeljük?

A) 25 B) 75 C) 100 **D) 200** E) 300

A kitevő 25%-kal növelt értéke 5, tehát a kérdés, hogy a 3^5 kifejezés értéke hány százalékkal nagyobb a 3^4 kifejezés értékénél.

Mivel $3^5 = 3^4 \cdot 3$, így az új érték éppen háromszorosa a réginek, azaz a 300%-a, azaz 200%-kal nagyobb annál.

25. Egy utcában 1-től 40-ig számozott házak állnak. Hány darab 3-as számjegy áll az utca páratlan oldalán lévő házak házászámain, ha minden házsám pontosan egyszer fordul elő?

A) 5 B) 8 **C) 9** D) 10 E) 14

Vizsgáljuk meg a páratlan számok körében, hogy az egyes helyiértékeken hány darab 3-as számjegyet találhatunk:

- Az egyes helyiértéken: 3, 13, 23, 33; ez összesen 4 előfordulás.
- A tízes helyiértéken: 31, 33, 35, 37, 39; ez összesen 5 előfordulás.

Tehát összesen 9 db 3-as számjegy van a páratlan házsámokon.