Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIII. esztendő

2014-2015. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Bizonyítsuk be, hogy ha $n = a^2 + b^2$ (n, a, b nem negatív egész számok), akkor vannak olyan b és c nem negatív egész számok, hogy $n = \dfrac{c^2 + d^2}{2}$.

2. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $ABC\angle = ACB\angle = 78°$. D az AB oldalnak, E pedig az AC oldalnak pontja úgy, hogy $BCD\angle = 24°$ és $CBE\angle = 51°$. Mekkora a BED szög?

3. Számozzuk meg egy kocka csúcsait az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számok mindegyikének egyszeri felhasználásával úgy, hogy a lapok csúcsaiba írt négy szám összege mindegyik lapra ugyanannyi legyen.

4. Jelölje $P(n)$ az n pozitív egész szám összes pozitív osztójának szorzatát. Határozzuk meg azt a legkisebb n-t, amelyre $P(P(P(n))) > 10^{12}$.

5. Az $ABCD$ négyzet P belső pontjára teljesül, hogy $PA = a$, $PB = b$, $PC = c$. Szerkesszünk az $ABCD$ négyzettel egybevágó négyzetet, ha adottak az a, b, c hosszúságú szakaszok.

6. Egy téglalap két szomszédos oldalának hossza 11 és 13. Vágjuk szét a téglalapot egész oldalhosszúságú, nem feltétlenül egybevágó négyzetekre. Legkevesebb hány négyzetre valósítható meg ez a szétvágás? (A választ indokolni kell.)