Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LV. esztendő

2016-2017. tanév

11. évfolyam

II. forduló

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a pozitív valós számok halmazán.

$$15^{\log_5 x} \cdot x^{\log_5 (45x)} = 1$$

2. Az *ABCD* téglalapban $AB = 12$, $BC = 5$. *P* az *AB* oldal tetszőleges belső pontja. Állítsunk merőlegest *P*-ből a téglalap átlóira. A merőleges talppontja a *BD* átlón *E*, az *AC* átlón *F*. Számítsuk ki a *PE* és *PF* szakaszok hosszának összegét.

3. Határozzuk meg az *n* pozitív egész szám értékét, ha tudjuk, hogy a $2x + y = n$ egyenletnek 28 darab, pozitív egészekből álló (*x*; *y*) rendezett számpár megoldása van.

4. Az *x* és *y* valós számokra teljesül az $x + y = 17$ feltétel. Határozzuk meg a $2^x + 4^y$ kifejezés minimumát.

5. Az $A_1A_2A_3$ szabályos háromszög súlypontja *S*. Legyen *P* a háromszög síkjának tetszőleges, *S*-től különböző pontja. Az *SP* átmérőjű kör messe az SA_i egyeneseket a B_i pontokban ($i = 1, 2, 3$). Bizonyítsuk be, hogy

$$SB_1^2 + SB_2^2 + SB_3^2 = PB_1^2 + PB_2^2 + PB_3^2 .$$

6. Adott egy 30 oldalú szabályos sokszög. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a sokszög csúcsai közül kerülnek ki, és amelynek bármely két csúcsát legalább három sokszögcsúcs választja el egymástól?