

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

11. évfolyam

Döntő

1. Oldjuk meg a valós számok lehető legbővebb részhalmazán a következő egyenletet.

$$\log_{30}(x + \sqrt[3]{x}) = \frac{1}{3} \cdot \log_3 x$$

2. Az ABC háromszögben a B csúcsból induló belső szögfelező az AC oldalt D -ben metszi. Számítsuk ki a háromszög területét, ha $BC = 2$, $CD = 1$ és $BD = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

3. Az a, b, c pozitív valós számokra $a + b + c = 1$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{a-bc}{a+bc} + \frac{b-ca}{b+ca} + \frac{c-ab}{c+ab} \leq \frac{3}{2}.$$

4. Az n paraméter mely egész értékei esetén teljesül, hogy az

$$5x^2 - 5nx + (66n - 1) = 0$$

egyenlet gyökei pozitív egész számok?

5. Az ABC háromszögben D az AB oldal felezőpontja, E az AC , F a BC oldal tetszőleges pontja. Mutassuk meg, hogy a DEF háromszög területe nem nagyobb, mint az ADE és BDF háromszögek területének összege.

6. Hány olyan n ($n \geq 2$) hosszúságú „szó” készíthető az a, b, c betűkből, amelyben az a betű páros sokszor szerepel? (Nem kell mindegyik betűnek minden szóban előfordulnia.)