Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. Zsebszámológép és egyéb informatikai eszközök használata nélkül számítsuk ki a következő összeg értékét.

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{2014\cdot 2015\cdot 2016}+\frac{1}{2015\cdot 2016\cdot 2017}+\frac{1}{2016\cdot 2017\cdot 2018}$$

2. Az ABC hegyesszögű háromszögnek P belső pontja. P-ből merőlegeseket állítottunk a háromszög oldalaira, a talppontok $D\in BC$, $E\in CA$, $F\in AB$. Bizonyítsuk be, hogy

$$AF^2+BD^2+CE^2=BF^2+CD^2+AE^2.$$

3. Az x valós számra $3x^2+x=1$. Számítsuk ki a $6x^3-x^2-3x+2018$ kifejezés értékét.

4. A tízes számrendszerben $A=\underbrace{111\ldots11}_{2018\,\text{db}}{}^2$. Határozzuk meg A számjegyeinek összegét.

5. Az $ABCD$ négyzet oldala 8 egység hosszú. Jelölje Q a CD oldal felezőpontját, és α a DAQ szög mértékét. Ha P a CD oldalnak az a pontja, amelyre a BAP szög nagysága 2α, akkor mekkora a CP szakasz?

6. Leírtuk az összes olyan pozitív egész számot, amelyekben minden számjegy 0-tól különböző és a számjegyek összege 9. Hányszor írtuk le a 3-at?