Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LX. esztendő

2023-2024. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán.

$$\frac{x-23}{2000}+\frac{x-22}{2001}+\frac{x-21}{2002}+\frac{x-20}{2003}=\frac{x-2000}{23}+\frac{x-2001}{22}+\frac{x-2002}{21}+\frac{x-2003}{20}$$

2. Léteznek-e olyan *a, b, c, d* egész számok, amelyekre a valós számok halmazán értelmezett $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ harmadfokú függvény az $x = 7$ helyen a 2024, az $x = 3$ helyen pedig az 1998 értéket veszi föl?

3. Adjunk meg egy olyan egész együtthatós egyenletet, amelynek egyik megoldása $\sqrt{3}+\sqrt{5}$.

4. Igazoljuk, hogy az

$$\left(x-a\right)\left(x-b\right)+\left(x-b\right)\left(x-c\right)+\left(x-c\right)\left(x-a\right)=0$$

másodfokú egyenletnek két különböző valós megoldása van.

5. Határozza meg az összes olyan *p* prímszámot, amelyre $8p^2+1$ is prímszám.

6. Az *ABC* derékszögű háromszög beírt köre az *AB* átfogót a *P* pontban érinti. Legyen $AP = p$ és $PB = q$. Fejezzük ki az *ABC* háromszög területét *p* és *q* függvényében.