Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LI. esztendő

2012-2013. tanév

10. évfolyam

II. forduló

1. Határozzuk meg azt a páronként különböző számjegyekből álló ötjegyű számot, amelyik egyenlő a számjegyeiből alkotható összes háromjegyű szám összegével

2. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a súlypontja, köré írható körének középpontja, továbbá a köré írt körnek az egyik belső szögfelezővel vett, a háromszög csúcsától különböző metszéspontja.

3. Melyik az a legkisebb pozitív valós szám, amelyre

$$\left[x^2\right]-[x]^2=2013\,?$$

($[a]$ jelöli az a-nál nem nagyobb, legnagyobb egész számot.)

4. Az m és n pozitív egész számokra teljesül, hogy $2mn$ osztója az m^2+n^2-m-nek. Igazoljuk, hogy m négyzetszám.

5. Adottak a síkon az ABC és ACO szabályos háromszögek. Tekintsük azt az O középpontú kört, amely áthalad az A és C pontokon. Bizonyítsuk be, hogy e kör bármely M pontjára

$$MA^2+MC^2=MB^2\,.$$

6. Anna felírta az első 100 pozitív egész számot 50 darab kártyára úgy, hogy minden kártya mindkét oldalán van egy-egy szám, és minden szám pontosan egyszer szerepel. Ezután Anna a kártyákat egymás mellé egy asztalra helyezi. (Ekkor csak az egyik oldalukon álló szám látható.) Béla választhat néhány kártyát, és azokat megfordíthatja. Béla ténykedése után Anna összeadja a kártyákon levő számokat, az összeget jelölje S. Mi az a legnagyobb S érték, amelyet Béla akármilyen kezdő helyzetből néhány lap megfordításával el tud érni?