Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LI. esztendő

2012-2013. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Apa és fia körbe-körbe korcsolyáztak. Az apa időnként megelőzte a fiát. Amikor a fiú elkezdett másik irányba korcsolyázni, kiderült, hogy így ötször olyan gyakran találkoztak, mint előzőleg. Hányszor gyorsabban korcsolyázik az apa, mint a fia?

2. Egy háromszög egyik belső szöge 60°-os, a szög melletti oldalai pedig 2, illetve 3 egység hosszúak. Daraboljuk fel a háromszöget három részre úgy, hogy a részekből össze lehessen állítani egy szabályos hatszöget.

3. Egy röplabdabajnokságban mindenki mindenkivel pontosan egyszer játszott. A bajnokság végén kiderült, hogy mindegyik csapat épp annyi mérkőzést nyert meg, mint ahányat az őt legyőző csapatok összesen nyertek. Hány csapat vett részt a bajnokságban?

4. Az ABC derékszögű háromszög AB befogóján az M, BC befogóján pedig az N pontot úgy vettük fel, hogy $AM = CB$ és $BM = CN$ teljesüljön. Határozzuk meg az AN és CM egyenesek szögét.

5. Bizonyítsuk be, hogy ha az a, b, c egész számokra teljesül az $ab + bc + ca = 0$ összefüggés, akkor az abc szorzat felírható egy négyzetszám, és egy köbszám szorzataként.

6. Ha a 8 x 8-as sakktáblát 2 x 1-es dominókkal fedjük le, akkor bármelyik főátló nyolc mezőjét összesen nyolc dominó takarja le. Ezeknek a dominóknak a másik fele vagy a főátló alatt, vagy a fölött helyezkedik el. Mutassuk meg, hogy akárhogyan is fedjük le a sakktáblát, az átlótól „felfelé kilógó” és a „lefelé kilógó” dominók száma mindig négy-négy.