Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

10. évfolyam

II. forduló

1. Oldjuk meg az egész számok halmazán az alábbi egyenletet.

$$7777\cdot a^4+1111\cdot b^2-8888\cdot c=5555$$

2. Az *ABC* háromszögben *AC* felezőpontja *E*, *AB* felezőpontja *F*. A *B*-ből induló belső szögfelező *K*-ban, a *C*-ből induló belső szögfelező *L*-ben metszi az *EF* egyenest. Fejezzük ki a *KL* szakasz hosszát a háromszög oldalhosszainak segítségével.

3. András hat, Béla öt szabályos érmével dob. András akkor nyer, ha több fejet dob, mint Béla, egyébként Béla nyer. Mekkora a valószínűsége annak, hogy András nyer?

4. Bizonyítsuk be, hogy egy egységnyi oldalú négyzet belsejében tetszőleges kilenc pontot kiválasztva mindig lesz három olyan, amelyek által meghatározott háromszög területe kisebb 1/8-nál.

5. Egy 8x8-as tábla mezőire 1x2-es dominókat pakolgatunk úgy, hogy azok ne fedjék egymást, és egy dominó mindig két teljes mezőt fedjen le. Legalább hány dominót kell leraknunk ahhoz, hogy ne lehessen újabb dominót lerakni?

6. Az *ABCD* négyzet oldalai 20 egység hosszúak. A *DC* oldal egyenesén felveszünk egy *E* pontot úgy, hogy a *C* pont a *DE* szakaszra illeszkedjen, és $CE=12$ legyen. Nevezzük a *BC* oldal negyedelő pontját *F*-nek, az *AF* és *BE* egyenesek metszéspontja pedig legyen *M*. Igazoljuk, hogy az *M* pont illeszkedik a négyzet körülírt körére.

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.