Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

12. évfolyam

I. forduló

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$\sqrt{4\cos^4 x+12\sin^2 x-3}+\sqrt{4\sin^4 x+12\cos^2 x-3}=4$$

2. Az AB szakasz végpontjai $A(-2;\,1)$, $B(6;\,y)$. Határozzuk meg a B pont ordinátáját úgy, hogy az x tengelynek csak egyetlen olyan pontja legyen, amelyből az AB szakasz derékszögben látszik.

3. Mutassuk meg, hogy nincsenek olyan x és y pozitív egész számok, amelyekre az x^2+y+1 és y^2+4x+3 kifejezések értéke egyidejűleg négyzetszám.

4. Az ABC háromszögben a szokásos jelölésekkel $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, és a megfelelő szemközti szögek rendre α, β, γ. Bizonyítsuk be, hogy ha $b<\frac{1}{2}\cdot(a+c)$, akkor $\beta<\frac{1}{2}\cdot(\alpha+\gamma)$.

5. Oldjuk meg a következő egyenletet a pozitív egész számok halmazán.

$$4x^3+4x^2y+6xy+36y^2+5x=18y^3+15xy^2+12x^2+10y$$

6. Egy nemzetközi üzleti tárgyaláson egy kerek asztalnál $2n$ angol, $2n$ francia és $2n$ német üzletember foglal helyet. A tárgyalás szünetében megkérik őket, hogy először azok az üzletemberek hagyják el a tárgyalóasztalt, akiknek két szomszédjuk azonos nemzetiségű. Legfeljebb hányan hagyhatják el első körben a kerek asztalt?

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.