Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

12. évfolyam

II. forduló

1. Oldjuk meg az egyenletet, ha a 1-től különböző pozitív valós paraméter.

$$\frac{1}{a^{(x-1)(x-2)}}+\frac{1}{a^{(x-1)(x-3)}}=\frac{2a^2}{a^{(x-2)(x-3)}}$$

2. Mit mondhatunk arról a háromszögről, amelyre – a szokásos jelölésekkel –

$$(a-b)\cdot\sin\alpha+(b-c)\cdot\sin\beta+(c-a)\cdot\sin\gamma=0\,?$$

3. Melyek azok a háromjegyű pozitív egész számok, amelyekhez 3-at adva a kapott szám számjegyeinek összege harmada az eredeti szám számjegyösszegének?

4. Az $x^2+y^2-2ax-12y+a^2+20=0$ egyenletű kör origóra illeszkedő érintői 60º-os szöget zárnak be egymással. Határozzuk meg a sík azon pontjainak halmazát, amelyekből a körhöz húzott érintők merőlegesek egymásra.

5. Tekintsük az első n darab pozitív egész szám halmazának összes nem üres részhalmazát, és vegyük minden egyes nem üres részhalmazra az elemek szorzatának reciprokát. Határozzuk meg az így kapott számok összegét.

6. Az n elemű ($n\geq 2$) H halmaz $A_1, A_2, \ldots, A_{101}$ részhalmazaira teljesül, hogy közülük bármely 50 darab uniójának több mint $\frac{50n}{51}$ eleme van. Bizonyítsuk be, hogy van három olyan A_i ($i=1, 2, \ldots, 101$) részhalmaz, amelyek közül bármely kettő metszete nem üres.

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.