

Közös:

Levegőldönke (2015)

1.

(1.) $(4-x)^3 = \frac{2^4}{8} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 4-x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

D

(2.) 1-10: 2, 4, 5, 6, 8, 10 $\leftarrow$ 6 nèm
10 nèmhez mindig 6 nèmöt iszunk le.
 $2015 = 335 \cdot 6 + 5 \Rightarrow$ 2015-ösök: 3350
Így a 2015-ösök nèm: 3358

A

(3.) $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$
Ut téglatest élai: 5 cm, 13 cm, 31 cm
Felmère: $2 \cdot (5 \cdot 13 + 13 \cdot 31 + 31 \cdot 5) \text{ cm}^2 = \underline{\underline{1246 \text{ cm}^2}}$

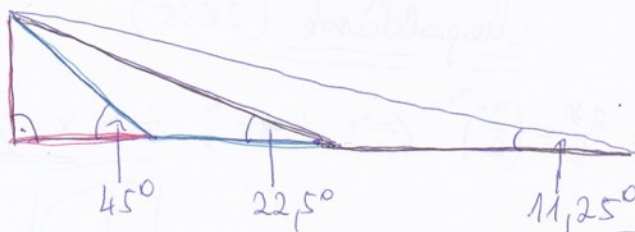
E

(4.) $\frac{11+12+17+18+23+29+30}{7} = 20 \left(= \frac{140}{7} \right)$

Ut új átlag: 18,5 $\Rightarrow$ Ut új ösrege: 111
Ut 29-et tövölítötök el.

D

5.

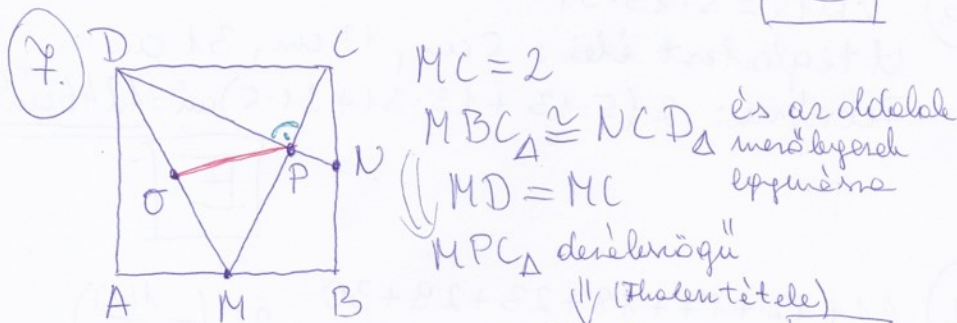


B

6. Egy pozitív egész szám és a számjegyeinek összege ugyanazt a maradékot adja 9 - el osztva. $\Rightarrow$ Különbözőkontható 9 - el.

$$9 + 5 + 4 + 2 = 20 = 2 \cdot 9 + 2 \Rightarrow \underline{\underline{7\text{-et hagytuk el.}}}$$

D



A

8. x dba telt el a hét vonat indulása között.
 $80(x+1) - 120 \cdot 1 = 120 \cdot 3 - 80(x+3)$

$$\underline{\underline{X = 1}}$$

C

9. Itt egyenlet gyökei: $x_1 = x_2 = 5$, $x_3 = 6$ [3]
 Itt háromszög magassága Pitagorasz
 tételével számolható.



Így $T = 12$

[B]

10. $121 = a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$

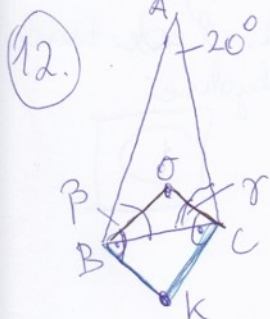
$4^4 = 256 \Rightarrow a = 2 \vee a = 3$

$a = 3$

[B]

11. $((4^a)^{b^c})^d = ((5^b)^c)^d = (6^c)^d = 7^d = 8$
 $4^{abcd} = 8 \Rightarrow \underline{\underline{abcd = \frac{3}{2}}}$

[B]



$\beta + \gamma = 160^\circ$

$\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} = 80^\circ \Rightarrow \angle OBK = 100^\circ$

$\angle OBK = \angle OKC = 90^\circ$

$\angle BKC = 80^\circ$

[C]

13. Itt kell állat vizsgálni a helyes helyet,
 ha Dani a két ország min. golyó
 egyét húzza. Ennek valószínűsége:

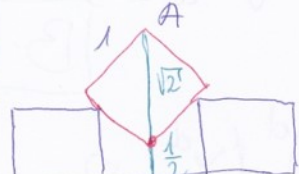
$\frac{1}{3}$ [D]

(14.) It feltételek alapján $ab = 2$ 4.

$$q = \left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{1}{a}\right) = ab + \frac{1}{ab} + 2 = 2 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

D

(15.) $t - N = 2(t - 3N)$
 $5N = t \Leftrightarrow \frac{t}{N} = \underline{\underline{5}}$ D

(16.)  $\sqrt{2} + \frac{1}{2}$ D

(17.) Az egyenes meredeksége: $\frac{1000-1}{100-1} = \frac{111}{11}$
 $k \in \mathbb{N}^+$: $(1 + 11k, 1 + 111k)$ pontok
 éppen koordinátájuk. Itt csak annak
 AB helyezésén, amelyre
 $1 \leq k \leq 8$.
 8 megfelelő pont van. D

(18.)
$$\left. \begin{aligned} a + 8c &= 7b + 4 \\ 8a - c &= -4b + 7 \end{aligned} \right\} +$$

$$(a + 8c)^2 + (8a - c)^2 = (7b + 4)^2 + (-4b + 7)^2$$

$$65(a^2 + c^2) = 65(1 + b^2)$$

 Így $\underline{\underline{a^2 - b^2 + c^2 = 1}}$ B

(19.) Az 1000-nél kisebb pozitív egészek
közül

499	ontható	2-nel
333	ontható	3-mal
199	ontható	5-tel
166	ontható	2·3-mal
99	ontható	2·5-tel
66	ontható	3·5-tel
33	ontható	2·3·5-tel.

Így $499 + 333 + 199 - 166 - 99 - 66 + 33 = 733$
olyan szám van, amelyik 2, 3, 5 közül
legalább egyikkel ontható.

A maradék 266 szám közül

165 prím
1 az 1.

A

Így 100 megfelelő szám van.

20.

Sorok száma	Az első sor létszámának száma	Az összes fegyelmezés száma
1	1	3
2	3	3 + 6
3	5	3 + 6 + 9
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$2n-1$	$3(1+2+\dots+n)$

$$2n-1 = 2015 \Rightarrow n = 1008$$

A fegyelmezés száma:

$$3(1+2+\dots+1008) = 3 \cdot \frac{1008 \cdot 1009}{2} = \underline{\underline{1.525.608}}$$

1. kategória:

$$21. \quad 7x^5 = 11y^{13} = 7a^{5c} \cdot b^{5d}$$

$$x \text{ a legkisebb} \Rightarrow a=7, b=11$$

$$7x^5 = 7^{5c+1} \cdot 11^{5d}$$

$$\text{Ha } y = 7^m \cdot 11^n, \text{ akkor } 11y^{13} = 7^{13m} \cdot 11^{13n+1}$$

$$7^{5c+1} \cdot 11^{5d} = 7^{13m} \cdot 11^{13n+1}$$

A legkisebb pozitív egész megoldás:

$$c=5; d=8; m=2; n=3.$$

$$\text{Így } a+b+c+d = 7+11+5+8 = \underline{\underline{31}}$$

(22.) It feltételeknek megfelelő feltét lehet: 7.

$$2 \text{ félé vöröztott gyümölcs} \rightarrow \binom{10}{2} = \underline{45}$$

$$3 \text{ félé olajos mag} \rightarrow \binom{6}{3} = \underline{20}$$

$$1 \text{ félé n. gy.}, 1 \text{ félé o. m.}, 1 \text{ félé f.} \rightarrow 10 \cdot 6 \cdot 5 = \underline{300}$$

$$3 \text{ félé f.}, 1 \text{ félé n. gy.} \rightarrow 10 \cdot \binom{5}{3} = \underline{100}$$

$$2 \text{ félé f.}, 2 \text{ félé o. m.} \rightarrow \binom{5}{2} \cdot \binom{6}{2} = \underline{150}$$

Itt ismétlések száma: 615 C

(23.)

A	B
2 támbó	n támbó

Ha minden Bann utcai k pontot ért el, akkor

$$\frac{n(n-1)}{2} + 2n + 1 - 8 = k \cdot n \quad \boxed{D}$$

$$n^2 + (3-2k)n - 14 = 0$$

Amely gyöke(i) ~~pozit~~ egész és $n_1, n_2 = -14$

Itt legnagyobb létszám a Bann utcából
 $n=14$

24. Így megfelelő nánne: $10x + a = 13x$ 8.

$$a = 3x$$

úínel a náíjegy, x pedig pozitív egyén,
erít a lehetséges megoldások:

$$x = 1 \quad a = 3 \quad \rightarrow 13$$

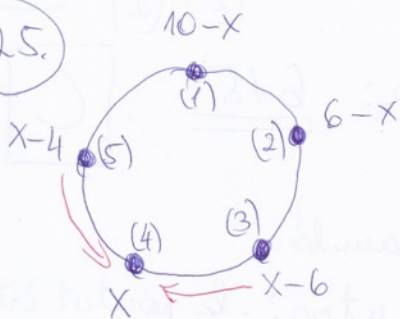
$$x = 2 \quad a = 6 \quad \rightarrow 26$$

$$x = 3 \quad a = 9 \quad \rightarrow 39$$

$$\# \underline{\underline{78}}$$

C

25.



$$\frac{(x-4) + (x-6)}{2} = 4$$

$$\underline{\underline{x = 9}}$$

E

11. határolás:

9.

21. Iha m az eredeti gömb magassága, akkor

$$\frac{m}{m-2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \underline{m = 4 + 2\sqrt{2}}$$

E

22. A kör: $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 13^2 \rightarrow A(3; 6)$
 A két egyenes merőleges egymásra, és A
 illeszkedik e_1 -re.

$e_1 \cap e_2 : B(6; 2)$

Itt ABC_{Δ} B-nél derékszögű és $AC = 13$

$AB = \sqrt{(3-6)^2 + (6-2)^2} = 5$

A

Így $BC = 12$, és $\underline{T_{ABC} = 30}$

23. $a_n = \log_{2015} n$

$b - c = \log_{2015} \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{10 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 31} = \log_{2015} \frac{1}{2015} = \underline{-1}$

B

24. A vektorok a feltételekkel adódóan egy
 egyenesre illeszkednek.

$\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a} = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = \underline{-13}$

A

$$(25.) \quad (6; 7; 11) \xrightarrow{\text{el}} (8; 8; 8) \quad \boxed{10.}$$

2 lépés nem elég, mert 1 lépéssel legfeljebb
 egyet tudjuk eleni a 8-asra.
 3 lépésben viszont megoldható:

$$(6; 7; 11) \xrightarrow{1.} (6; 14; 4) \xrightarrow{2.} (12; 8; 4) \xrightarrow{3.} (8; 8; 8) \quad \boxed{B}$$