

XXI. HAJNAL IMRE MATEMATIKA TESZTVERSENY

Feladatsor

II. kategória



Békés Megyei Tagozata

***GYSZC Harruckern János
Szakképző Iskolája és Kollégiuma***

***MTA SZAB Békés Megyei Testületének
Matematika Tudományos Műhelye***

***2017. április 8.
Gyula***

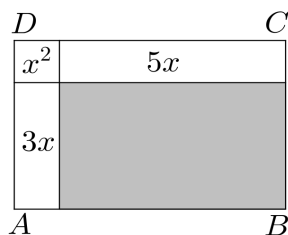
1. Az első 2017 darab pozitív egész szám mindegyikének egyszeri felhasználásával az $1-2+3-4+5-\dots+2015-2016+2017$ váltakozó előjelű összeget képeztük. Az összeg értéke

- (A) -1008 (B) 1008 (C) 1009 (D) -504 (E) 2017

2. Az a, b, c nem negatív egész számok egyike sem nagyobb 20-nál, átlaguk 16. A legkisebb szám lehetséges értékeinek minimuma

- (A) 8 (B) 9 (C) 6 (D) 11 (E) 10

3. Az $ABCD$ téglalapot az ábrán látható módon felosztottuk egy négyzetre és három téglalpra. Három részbe beírtuk az alakzat területét cm^2 -ben mérve. A szürke téglalap területe cm^2 -ben



- (A) 15 (B) $15x^2$ (C) $8x^2$ (D) $15x$ (E) $8x$

4. Ha $a^{2b} = 5$, akkor $2a^{6b} - 4 =$

- (A) 26 (B) 246 (C) 242 (D) $12\sqrt{5} - 4$ (E) 8

5. Ha a tízes számrendszerben felírt $\overline{6a3}$ és $\overline{2b5}$ háromjegyű pozitív egész számok összege osztható 9-cel, akkor $a+b$ maximuma

- (A) 12 (B) 9 (C) 2 (D) 20 (E) ezek egyike sem

6. Egy személygépkocsi a 40 km-es út első felét 50 km/h átlagsebességgel, másik felét 60 km/h átlagsebességgel tette meg. Mekkora a teljes útra számított átlagsebessége km/h-ban?

- (A) 55 (B) 54 (C) $54\frac{6}{11}$ (D) $55\frac{5}{11}$ (E) $55\frac{6}{11}$

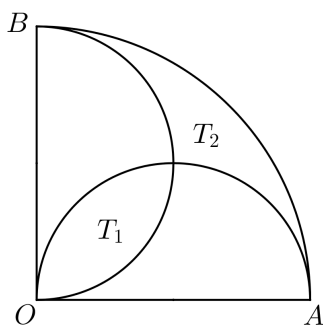
7. Melyik állítással ekvivalens az „ $|x+1| + 2 \cdot |x-2| < 6$ ” állítás?

- (A) „ $-1 < x < 2$ ” (B) „ $0 < x < 1$ ” (C) „ $-1 < x < 3$ ” (D) „ $x < 2$ ” (E) „ $x < -1$ vagy $2 < x$ ”

8. Ha $A = (1+4) \cdot (1+4^2) \cdot (1+4^4) \cdot (1+4^8) \cdot (1+4^{16}) \cdot (1+4^{32})$, akkor $A =$

- (A) $\frac{2^{128} + 2^{64} - 5}{3}$ (B) $\frac{2^{127} + 2^{63} + 5}{3}$ (C) $\frac{2^{128} - 1}{3}$ (D) $\frac{2^{126} - 1}{3}$ (E) ezek egyike sem

9. Az OAB negyed körlapot az OA és OB mint átmérők fölé rajzolt félkörök négy részre osztják az ábrának megfelelően. Ha T_1 és T_2 a megfelelő tartományok területe, akkor $\frac{T_1}{T_2} =$

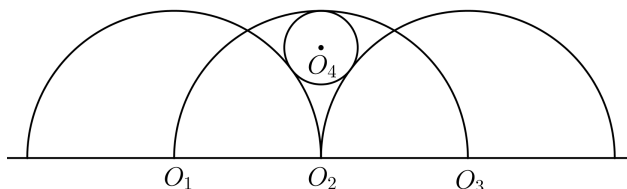


- (A) $\frac{1}{\sqrt{12}}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) 1 (E) $\frac{\pi}{3}$

10. Hány olyan 1000-nél kisebb pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek összege 6?
 (A) 28 (B) 19 (C) 111 (D) 18 (E) 27

11. Az ábrán látható O_1 , O_2 és O_3 középpontú félkörök sugara R , az O_4 középpontú, mindhárom félkört érintő kör sugara pedig r . Ekkor $\frac{R}{r} =$

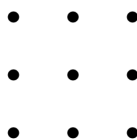
- (A) 4 (B) $\frac{15}{4}$ (C) $\frac{11}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) 3



12. Egy körvonalon megjelöljük a körbe írható 21 oldalú szabályos sokszög csúcsait. Közülük n darabot pirosra festünk úgy, hogy a piros pontokat összekötő szakaszok páronként különböző hosszúságúak. n lehetséges értékeinek maximuma

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

13. Az ábrán látható kilenc pont közül hányféleképpen lehet négy pontot kiválasztani úgy, hogy a kiválasztott pontok közül semelyik három ne illeszkedjen egy egyenesre?



- (A) 126 (B) 48 (C) 63 (D) 78 (E) 90

14. Hány olyan pozitív egész n szám van, amelyre $(n+3)$ osztója (n^2+7) -nek?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) végtelen sok

15. Józsi bácsi egy fatörzset vontat a lovával. Béla bácsi kíváncsi a fatörzs hosszára. Ha szemben halad a lóval, 15 lépésnek méri a törzset, ha a lóval egy irányban, akkor 75 lépésnek. Béla bácsi és a ló is egyenletesen halad. Hány lépés hosszú a fatörzs?

- (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 45 (E) 60

16. Egy kocka csúcsait az első nyolc pozitív egész számmal jelöltük meg úgy, hogy az egyes lapokon található csúcsok halmazai: $\{1; 2; 6; 7\}$, $\{1; 4; 6; 8\}$, $\{1; 2; 5; 8\}$, $\{2; 3; 5; 7\}$, $\{3; 4; 6; 7\}$, $\{3; 4; 5; 8\}$. Melyik szám jelöli annak a testátlónak a másik végpontját, amelynek egyik végpontja a 6-tal jelölt pont?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

17. Egy körbe 2 egység oldalhosszúságú szabályos háromszög írható. Milyen hosszú a körnek az a húrja, amelyik illeszkedik a háromszög két oldalfelező pontjára?

- (A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (B) $\sqrt{5}-1$ (C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $2\sqrt{5}$

18. Egy játékos célú teniszmérkőzés két játékosát N élvonalbeli teniszező közül véletlenszerűen választják ki (egy átlátszatlan dobozból egymás után húzzák ki a két nevet). Az N teniszező között n magyar játékos van. Ha elsőre egy magyar teniszező nevét húzzák ki, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a mérkőzést két magyar sportoló játssza?

- (A) $\frac{n-1}{2N-n-1}$ (B) $\frac{n-1}{N-1}$ (C) $\frac{n+1}{2N-n+1}$ (D) $\frac{3n-1}{2N+n-1}$ (E) $\frac{2n-1}{2N-1}$

19. Hány valós megoldása van az $\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} + x^2 - 4 = 0$ egyenletnek?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

20. Mekkora az oldala annak a legkisebb négyzetnek, amely három darab egységnyi sugarú körlapot egyidejűleg lefed, ha a körlapok nem fedhetik, csak érinthetik egymást?

- (A) $\frac{4+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (B) 4 (C) $2+\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (E) $3+\sqrt{2}$

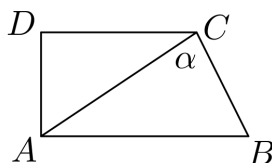
21. Ha $[x]$ jelöli az x szám egészrészét (az x -nél nem nagyobb legnagyobb egész számot), és $[\sqrt[3]{1}]+[\sqrt[3]{2}]+[\sqrt[3]{3}]+\dots+[\sqrt[3]{n}]=2n$, akkor $n=$

- (A) 29 (B) 33 (C) 41 (D) 49 (E) 53

22. Az $y=2x^2-8x+9$ egyenletű parabolát egy egyenes a $(0; a)$ és $(b; 1)$ pontokban metszi. Az egyenes meredeksége

- (A) 9 (B) 2 (C) -2 (D) -4 (E) 4

23. Az $ABCD$ derékszögű trapézban $CD=6$, $DA=4$ és $\angle BCA=\alpha$. Ekkor $AB=$



- (A) $\frac{26\sin\alpha}{2\cos\alpha+3\sin\alpha}$ (B) $\frac{10\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$ (C) $\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha+\sin\alpha}$ (D) $\frac{6\sin\alpha}{2\cos\alpha+\sin\alpha}$ (E) $\frac{12\sin\alpha}{\cos\alpha+2\sin\alpha}$

24. A $f(x; y)$ függvényt a nem negatív egészekből álló rendezett $(x; y)$ számpárok halmazán a következőképpen definiáljuk:

- (1) $f(0; y)=y+1$;
 (2) $f(x; 0)=f(x-1; 1)$;
 (3) $f(x+1; y+1)=f(x; f(x+1; y))$.

Ekkor $f(2; 2)=$

- (A) 6 (B) 11 (C) 5 (D) 9 (E) 7

25. Hány olyan pozitív egészekből álló rendezett $(x; y)$ számpár van, amelyre $2x+7y=2017$?

- (A) 143 (B) 144 (C) 286 (D) 287 (E) 224