





## <sup>1</sup>Feladatok

a P-modell saját eljárásainak az alkalmazására

Az alábbi feladatokban, *pontokon, egyeneseken szakaszokon*, stb. a P-modellen felvett pontot H-egyenest, H-szakaszt, stb. *tengelyes tükrözésen* egy alakzatnak egy adott H-egyenesre, ill. H-szakaszra –mint körívekre vett inverzióját értünk.

1. Készítsünk egy vagy több olyan modellt, amely az itt [P-modell eszközök.ggb](#) bemutatott eljárások mindegyikét alkalmazza.
2. Legyen adott az  $AB$  szakasz, valamint egy tetszőlegesen adott  $e$  egyenesen egy tetszőleges  $A'$  pont. Adjuk meg  $e$ -nek azt a  $B'_1$  és  $B'_2$  pontját, amelyekre teljesül, hogy  $A'B'_1$  és  $A'B'_2$  egybevágó (egyenlő)  $AB$ -vel. (Használjuk a  saját eljárását.)
3. Legyen adott az  $A$  és az  $O$  pont, továbbá egy  $O$ -ra illeszkedő  $t$  egyenes. Legyen  $A'$  az  $A$  pontnak a  $t$ -re vonatkozó tükröképe. Mi az  $A'$  pontok mértani helye, ha  $t$  felveszi az összes lehetséges helyzetét? (Javasoljuk, hogy a  $t$  egyenes  $O$ -tól különböző pontja legyen a  $k$  alapkör vonalara illeszkedő *végtelen távoli* -pont. Ezt a Pont[k] paranccsal, vagy ha már adott a P-modellen egy pont, akkor ezt a  paranccsal illeszthetjük  $k$ -ra.)  
Ugyanezt a feladatot így is fogalmazhatjuk: keressük azt az adott  $A$  pontra illeszkedő vonal-alakzatot, amely szimmetrikus az  $O$ -ra illeszkedő összes egyenesre. Ezt nevezzük az  $O$  középpontú,  $A$  kerületi pontú *körnek*.
4. Legyen  $s$  egy  $O$  középpontjával és  $A$  kerületi pontjával adott kör. (Ezt a  saját eljárással adjuk meg.) Mutassuk meg<sup>2</sup>, hogy az  $A$  pont bármely  $O$ -ra illeszkedő egyenesre vonatkozó tükröképe ugyancsak illeszkedik  $s$ -re, vagyis  $s$  valóban szimmetrikus a középpontjára illeszkedő egyenesekre.
5. Oldjuk meg a 2. feladatot a  eljárás felhasználásával.
6. Legyen  $s$  az  $AB$  átmérőjű kör,  $C$  egy  $s$ -re illeszkedő pont. Vizsgáljuk meg, hogyan függ a  $\gamma = \angle ACB$  szög nagysága a  $C$  pont megválasztásától!
7. Mi azon pontok mértani helye a P-modellen, ahonnan egy adott szakasz derékszög alatt látszik?
8. Adjunk meg egy  $e$  egyenest az  $A, B$  pontokkal, majd egy ezen mozgó, az  $AB$  szakasszal egybevágó  $CD$  szakaszt. Legyen  $t_C$  és  $t_D$  az  $e$ -re merőleges  $C$ -re ill.  $D$ -re illeszkedő egyenes. Mutassuk meg, hogy a sík bármely  $P$  pontjának a  $t_C$ -re vett majd ennek a  $t_D$ -re vett  $P'$  képe *nem függ* a  $C$  pont megválasztásától. (Csak az  $AB$  szakasztól, és a tükrözések sorrendjétől függ) Ezért a  $P \rightarrow P'$  hozzárendelést nevezhetjük az  $AB$  irányított szakasz menti eltolásnak.
9. Vizsgáljuk meg, hogy igaz-e P-modellen az euklideszi geometriából ismert  $PP' = 2AB$  összefüggés! (Pl. vegyünk fel egy-egy  $P$  ill.  $P'$  középpontú,  $AB$  sugarú kört.)

<sup>1</sup> Ha így definiáljuk a kört, akkor ebben a definícióban elkerültük a távolság fogalmát. Mindössze azt használtuk ki, hogy egy szakasz egybevágó a tengelyes tükröképével.

<sup>2</sup> A „mutassuk meg” felszólítás a matematikai feladatokban általában a „bizonyítsuk be” szinonimája. Itt és a továbbiakban csak az adott probléma (vizuális, vagy numerikus) szemléltetését jelenti.