XXII. HAJNAL IMRE MATEMATIKA TESZTVERSENY

Feladatsor

II. kategória

BOLYAI
TÁRSULAT

Békés Megyei Tagozata

GYSZC Harruckern János Szakgimnáziuma, Szakközépiskolája, Szakiskolája és Kollégiuma

MTA SZAB Békés Megyei Testületének Matematika Tudományos Műhelye

2018. március 24.

Gyula

1. $9^3 \cdot 3^2 =$

(A) 27^5 (B) 27^6 (C) 3^7 (D) 3^8 (E) 3^{12}

2. Egy tanulócsoportban öt fiú és négy lány van. A fiúk testtömegének átlaga 70 kg, a lányoké 61 kg. Hány kg a csoport tagjai tömegének átlaga?

(A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 65,5 (E) 66,5

3. Két felnőtt ember életkorának szorzata 770. (Mindkét életkor években mérve pozitív egész szám.) Mennyi az életkorok összege?

(A) 25 (B) 57 (C) 69 (D) 87 (E) 117

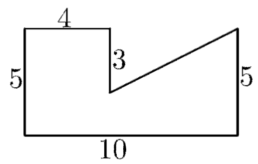
4. 12 óra 35 perckor az óra kis és nagy mutatója által bezárt kisebbik szög

(A) 167,5° (B) 150° (C) 165° (D) 180° (E) 162,5°

5. A $\overline{6a3}$ és $\overline{2b5}$ tízes számrendszerbeli számok összege osztható 9-cel. Ekkor $a+b$ legnagyobb értéke

(A) 12 (B) 9 (C) 2 (D) 7 (E) ezek egyike sem

6. Hány négyzetcentiméter az ábrán látható alakzat területe, ha az adatok centiméterben értendők?



(A) 45 (B) 35 (C) 41 (D) 32 (E) 55

7. Egy négyzet mindegyik oldalát 50%-kal megnöveljük. Hány százalékkal nő a területe?

(A) 100 (B) 150 (C) 225 (D) 125 (E) ezek egyike sem

8. A $\circ$ műveletet a következőképpen definiáljuk: $a \circ b = \frac{1}{a \cdot b}$. Ekkor $a \circ (b \circ c) =$

(A) $\frac{1}{a \cdot b \cdot c}$ (B) $\frac{a}{b \cdot c}$ (C) $\frac{b \cdot c}{a}$ (D) $\frac{a \cdot b}{c}$ (E) $\frac{b}{a \cdot c}$

9. 101 darab egymást követő páratlan pozitív egész szám összege 12 827. Ekkor közülük a legkisebb

(A) 25 (B) 27 (C) 29 (D) 31 (E) 33

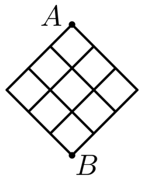
10. Az a, b, c valós számokról tudjuk, hogy $a > b$. Az alábbi állítások (egyenlőtlenségek) közül melyik teljesül biztosan?

(A) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (B) $ac > bc$ (C) $a^2 > b^2$ (D) $a + c > b + c$ (E) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

11. Egy szabályos háromszög beírt körének kerülete 3 cm. Hány centiméter a háromszög kerülete?

(A) $\frac{18}{\pi}$ (B) $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{9\sqrt{3}}{\pi}$ (D) 6 (E) $\frac{6}{\pi\sqrt{3}}$

12. Hány különböző út létezik A-ból B-be, ha csak lefelé mehetünk a vonalak mentén, és csak metszéspontban fordulhatunk?

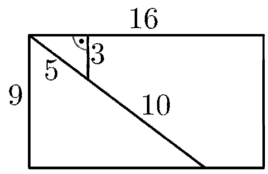


(A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 20 (E) 40

13. A $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+2}>1$ egyenlőtlenség megoldása a valós számok körében

(A) $x<1$ vagy $x>2$ (B) $x<-2$ vagy $x>-1$ (C) $1<x<2$ (D) $-2<x<-1$ (E) ezek egyike sem

14. Egy téglalap szomszédos oldalai 9 cm illetve 16 cm. Az ábrán látható módon felvágjuk három részre, amelyekből egy négyzetet rakunk össze. Hány centiméter ennek a négyzetnek a kerülete?



(A) 32 (B) 36 (C) 40 (D) 48 (E) 50

15. Az x, y pozitív egész számokra $x+y+xy=34$. Ekkor $x+y=$

(A) 10 (B) 12 (C) 20 (D) 34 (E) nem határozható meg egyértelműen

16. Bergengócia egyik nagycsaládos gazdag embere sajnálatos módon elhalálozott. Vagyonát teljes egészében a gyermekeire hagyta a következő szabály szerint: elsőszülött gyermeke kapott 100 000 petákot és a maradék tized részét, másodszülött gyermeke kapott 200 000 petákot és a maradék tized részét, harmadiknak született gyermeke kapott 300 000 petákot és a maradék tized részét, és így tovább. Kiderült, hogy mindegyik gyermek ugyanannyit örökölt. Hány gyermeke volt a gazdag embernek?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

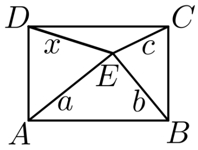
17. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2017}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{2018}\right)=$

(A) $\frac{1}{2018}$ (B) $\frac{2017}{2018}$ (C) 2018 (D) $\frac{2}{2017\cdot 2018}$ (E) $\frac{1}{1009}$

18. Egy motorkerékpárokat összeszerelő üzemben eddig hetente m darab motorkerékpár jött le a futószalagról. Egy új gyártási technológia segítségével a heti teljesítményt n%-kal növelni tudják. Az új technológiával az egy hét alatt gyártott motorkerékpárok száma

(A) $m+n$ (B) $m+\frac{n}{100}$ (C) $\frac{mn}{100}$ (D) $m\cdot\left(1+\frac{n}{100}\right)$ (E) $1+\frac{mn}{100}$

19. Az $ABCD$ téglalapban E tetszőleges belső pont. a, b, c adott távolságok, x ismeretlen távolság. Ekkor $x =$



(A) $a-b+c$ (B) $a+b-c$ (C) $b+c-a$ (D) $\sqrt{a^2-b^2+c^2}$ (E) $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

20. Dani és Marci úszók, mindkettejük fő száma a 100 méteres gyorsúszás, és egy nemzetközi versenyre készülnek. Egyik edzésen több alkalommal is versenyeztek egymással 100 méteres távon az 50 méteres uszodában. Edzőjük a következőket jegyezte fel a noteszébe:
(1) Ha Marci gyorsabban úszott a második hosszon, mint Dani, akkor Dani vezetett az első hossz végén.
(2) Ha Marci vezetett az első hossz végén, akkor a második hosszon Dani gyorsabban úszott.
(3) 9 versenyen Marci legalább az egyik hosszon gyorsabban úszott Daninál.
(4) Dani jobb időt úszott Marcinál 7 első hosszon és 6 második hosszon.
Legalább hány verseny volt a két fiú között az edzésen?
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

21. Ha $9\cdot(\log_a x)^2+4\cdot(\log_a y)^2=12\cdot(\log_a x)\cdot(\log_a y)$ ($a>0$, $a\neq 1$), akkor
(A) $x^3=y^2$ (B) $x^2=y^3$ (C) $x=y$ (D) $x+y=1$ (E) $3x=2y$

22. Az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x^2-8x+9$ függvény grafikonját egy egyenes a (0; a) és (b; 1) pontokban metszi. Mekkora az egyenes meredeksége?
(A) 9 (B) 2 (C) –2 (D) –4 (E) 4

23. Egy kockából mindegyik csúcsánál levágunk egy olyan derékszögű tetraédert, amelynek oldalélei fele olyan hosszúak, mint a kocka éle. Mekkora a visszamaradó test térfogata, ha élei 1 egység hosszúak?
(A) $2\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{7}}{3}$ (B) $\frac{4\sqrt{2}-1}{3}$ (C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (E) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

24. A $\sin 6x+\cos 4x=0$ egyenlet fokokban mért legkisebb pozitív megoldása
(A) 27 (B) 63 (C) 9 (D) 45 (E) 18

25. Egy dobozban m darab piros és n darab fehér, tapintásra egyforma golyó van. Véletlenszerűen kihúzunk egy golyót, feljegyezzük a színét, és visszatesszük a dobozba k darab vele azonos színű golyóval együtt. Ezután véletlenszerűen újra kihúzunk egy golyót. Mennyi a valószínűsége, hogy a másodjára kihúzott golyó piros lesz?
(A) $\frac{m}{m+n}$ (B) $\frac{n}{m+n}$ (C) $\frac{m}{m+n+k}$ (D) $\frac{m+k}{m+n+k}$ (E) $\frac{m+n}{m+n+k}$

A feladatsort dr. Kosztolányi József, a Szegedi Tudományegyetem egyetemi docense állította össze.

Megoldások:

I. kategória:
DBBAE CDCBD CDADA DADDC BCDCC

II. kategória:
DBBAE CDCBD CDADA DADDC ADDAA