XXIII. HAJNAL IMRE MATEMATIKA TESZTVERSENY

Feladatsor

II. kategória

Békés Megyei Tagozata

GYSZC Harruckern János Szakgimnáziuma, Szakközépiskolája, Szakiskolája és Kollégiuma

MTA SZAB Békés Megyei Testületének Matematika Tudományos Műhelye

2019. március 23.

Gyula

1. $1-\left(\frac{2}{3}\right)^2=$

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$ (E) $\frac{2}{3}$

2. Hat szám átlaga 4,5. Hozzáveszünk a számokhoz még két számot, és az így kapott nyolc szám átlaga is 4,5. Mennyi a két hozzávett szám összege?

(A) 27 (B) 9 (C) 36 (D) 4,5 (E) 8

3. Az első tíz pozitív egész szám között hány olyan van, amely előáll két különböző prímszám összegeként?

(A) 10 (B) 9 (C) 7 (D) 5 (E) 4

4. Az *ABCD* négyzet *CD* oldalára kifelé felvesszük a *CED* szabályos háromszöget. Mekkora a *BEA* szög?

(A) 16° (B) 22,5° (C) 30° (D) 36° (E) 40°

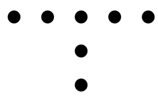
5. Ha $\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+x}}$, akkor $x=$

(A) $\sqrt{2}-2$ (B) $\sqrt{2}+2$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}+1$ (E) $\sqrt{2}-1$

6. Egy húrtrapéz alapjai 4 cm és 9 cm hosszúak. Mekkora a húrtrapéz területe, ha tudjuk, hogy van beírható köre?

(A) 39 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 78 cm^2 (D) 48 cm^2 (E) 38 cm^2

7. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai az ábrán látható pontok közül valók?



(A) 28 (B) 10 (C) 12 (D) 22 (E) 24

8. Melyik az a legnagyobb *k* pozitív egész szám, amelyre $n^{12}-n^8-n^4+1$ bármely páratlan pozitív egész *n* esetén osztható 2^k -nal?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

9. Bonifác hétfőn, kedden, szerdán és csütörtökön igazat mond, a hét többi napján hazudik. Szervác hétfőn, pénteken, szombaton és vasárnap mond igazat, más napokon hazudik. Egyik napon mindketten azt mondták, hogy „Tegnap hazudtam.” Melyik napon mondták ezt?

(A) hétfőn (B) szerdán (C) csütörtökön (D) pénteken (E) szombaton

10. Az *ABCD* paralelogramma *AD* oldalának *E* pontjára teljesül, hogy $AE:ED=2:1$. Az *EC* szakasz a *BD* átlót az *M* pontban metszi. Ekkor $DM:MB=$

(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 1 : 2 (D) 2 : 5 (E) 2 : 7

11. A valós számok körében a * műveletet a következőképpen definiáljuk: bármely a és b valós szám esetén $a*b=\frac{a\cdot b}{2}\cdot(a-3b)$. Mit mondhatunk a következő egyenletről?

$$x*2=3*(-1)$$

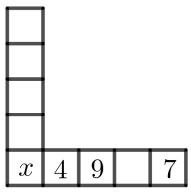
(A) nincs megoldása (B) végtelen sok megoldása van (C) két különböző megoldása van (D) a megoldás: $x=-2$ (E) a megoldás: $x=3$

12. Máté és Marci versenyeztek 200 méteres síkfutásban. Az első futam alkalmával Marci célba érkezésekor Máté 10 méterrel volt Marci mögött. A második futamban Máté a startvonalról, Marci 10 méterrel mögüle indul. Mi lesz a második futam kimenetele, ha feltételezzük, hogy mindkét fiú ugyanakkora állandó sebességgel fut, mint az első futamban?
(A) egyszerre érnek a célba (B) Marci nyer 1 méterrel (C) Máté nyer 1 méterrel (D) Marci nyer 0,5 méterrel (E) Máté nyer 0,5 méterrel

13. Az ABC háromszög oldalai centiméterben mérve egész szám hosszúak. AB 14 centiméterrel, BC 30 centiméterrel hosszabb, mint AC. Az ABC háromszög kerületének minimuma centiméterben
(A) 44 (B) 47 (C) 91 (D) 94 (E) 95

14. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogóját a beírt kör a D pontban érinti, és $AD=8$, $BD=7$. Ekkor a háromszög területe
(A) 28 (B) 49 (C) 56 (D) 60 (E) 64

15. Az alábbi L alakú táblázatba 1-től 9-ig kell beírni a számjegyeket úgy, hogy minden számjegy egyszer szerepeljen, minden mezőbe egy számjegy kerüljön és az oszlopban levő öt szám összege megegyezzen a sorban levő öt szám összegével. Hány különböző értéke lehet az x-nek?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, amelyben bármely két szomszédos számjegy különbsége 3?
(A) 40 (B) 41 (C) 43 (D) 45 (E) 50

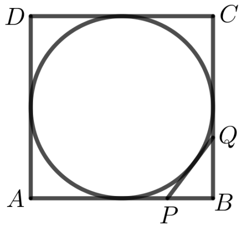
17. Egy osztály 25 tanulója közül 10 fiú és 15 lány. A fiúk közül ketten, a lányok közül öten balkezesek. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztanak kettőt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő balkezes?
(A) $\frac{7}{15}$ (B) $\frac{21}{50}$ (C) $\frac{7}{100}$ (D) $\frac{18}{25}$ (E) $\frac{7}{25}$

18. Legfeljebb hány konkáv (180°-nál nagyobb) szöge lehet egy n oldalú sokszögnek?
(A) 1 (B) 2 (C) $n-3$ (D) $n-1$ (E) $n-2$

19. Egy számsorozat első n darab tagjának összege $S_n = n^3 + 3$. A sorozat tizedik tagja

(A) 274 (B) 2019 (C) 1003 (D) 271 (E) 997

20. Az $ABCD$ négyzet beírt köréhez az ábrán látható módon húzott érintő az AB oldalt P-ben, a BC oldalt Q-ban metszi. Ha $AB = 4 \cdot PB$ és $BC = k \cdot QB$, akkor $k =$



(A) 3 (B) 2,5 (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) 4,5

21. Ha $\operatorname{tg} x = 3$ és $\cos x$ negatív, akkor

(A) $\sin x = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (B) $\cos x = -\frac{1}{3}$ (C) $\operatorname{tg}^2 x = \sqrt{3}$ (D) $\cos^2 x = -\frac{1}{10}$ (E) $\sin x = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$

22. Adott egy kocka. Tekintsük az összes olyan háromszöget, amelynek csúcsai a kocka élfelezőpontjai. Mekkora ezen háromszögek összes belső szöge közül a legnagyobb?

(A) 60º (B) 90º (C) 120º (D) 135º (E) 150º

23. A pozitív egész számok halmazán értelmezett f függvényre $f(3) = 3$ és bármely pozitív egész n esetén $f(n+3) = \frac{f(n)-1}{f(n)+1}$. Ezen feltételek mellett $f(2019) =$

(A) 3 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) 2019 (D) $-\frac{1}{2019}$ (E) $\frac{1}{9}$

24. Hány pozitív egész megoldása van az $\left[\sqrt{x}\right] + \left[\sqrt[3]{x}\right] = 10$ egyenletnek? ($[a]$ az a-nál nem nagyobb egész számok közül a legnagyobbat jelöli.)

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

25. $f(x;\, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$, ahol x és y tetszőleges valós számok. Mennyi f minimuma?

(A) 5 (B) $4+\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $5+\sqrt{2}$ (E) 7